

U 型槽内填土地基条形基础极限承载力分析方法

齐远¹, 肖世国²

(1. 西南交通大学地质工程系, 610031 成都; 2. 西南交通大学高速铁路线路工程教育部重点实验室, 610031 成都)

摘 要: U 型槽内填土地基上条形基础的极限承载力是工程实践中的一类重要问题。为合理确定其理论计算方法, 基于塑性极限分析上限定理及 Hill 机构, 结合 U 型槽结构对称性特征, 提出了填土地基两种潜在破坏模式, 建立了填土地基承载力与 4 个独立变量之间的内外功率平衡方程, 考虑破坏机构的几何与运动学约束条件, 通过 Matlab 程序编制优化算法, 实现了该极限承载力的非线性规划求解。实例分析表明, 填土地基承载力随 U 型槽相对宽度的增大而呈非线性减小, 当该相对宽度达到一定值后, U 型槽填土地基等效于半无限土体; 黏性填土时相关变化特征均与无黏性填土时相似; 随着 U 型槽相对宽度逐渐减小, 填土破坏模式逐渐向槽内回缩, 破坏机构中对数螺线区与被动区界面逐渐由速度连续过渡到速度间断, 对数螺线中心均位于条形荷载边界点上。

关键词: U 型槽; 填土地基; 条形基础; 极限承载力; 极限分析上限法

中图分类号: U213.1+52.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11776/j.issn.1000-4939.2023.03.008

Analysis method of ultimate bearing capacity of strip footing on the filling foundation in a U-shaped groove

QI Yuan¹, XIAO Shiguo²

(1. Department of Geological Engineering, Southwest Jiaotong University, 610031 Chengdu, China; 2. Key Laboratory of High-Speed Railway Engineering of Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, 610031 Chengdu, China)

Abstract: The ultimate bearing capacity of strip footing on the filling foundation in a U-shaped groove is an important problem in engineering practice. In order to determine its theoretical analysis method reasonably, two kinds of potential failure modes are put forward based on the upper-bound limit analysis theory and the Hill mechanism combined with the symmetry of the U-shaped groove structure. The balance equation between internal and external powers is derived and established, which can reflect the relationship between the bearing capacity and four independent valuables. Considering the geometrical conditions and kinematic constraints of the failure mechanisms, a nonlinear programming solution of the bearing capacity is carried out via the Matlab programming optimization algorithm. Analysis results of a practical example show that the bearing capacity of the filling foundation decreases nonlinearly with the increase of the relative width of the U-shaped groove, and the foundation in the U-shaped groove is equivalent to semi-infinite

收稿日期: 2020-11-12

修回日期: 2021-01-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51578466); 中铁二院工程集团有限责任公司科研项目 (No. KYY2018110(18-20))

通信作者: 肖世国, 教授。E-mail: xiaoshiguo@swjtu.cn

引用格式: 齐远, 肖世国. U 型槽内填土地基条形基础极限承载力分析方法[J]. 应用力学学报, 2023, 40(3): 571-579.

QI Yuan, XIAO Shiguo. Analysis method of ultimate bearing capacity of strip footing on the filling foundation in a U-shaped groove[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(3): 571-579.

ground when the relative width reaches a high value. The influence characteristics in cohesive filling are similar to those in cohesionless one. Besides, as the relative width of U-shaped groove decreases, the failure mode of the filling retracts into the interior of the groove gradually, and the interface between the log-spiral zone and passive zone in the failure mechanism changes progressively from the continuous velocity boundary to discontinuous one. However, the rotation center of the log-spiral is always located at the boundary point of the strip load.

Key words: U-shaped groove; filling foundation; strip footing; ultimate bearing capacity; upper-bound limit analysis method

U 型槽结构作为一种新型基础或路基结构, 由于其刚度大、变形小、稳定性好、收坡防水效果明显, 在用地受到限制的一些铁路、公路与建筑工程中可取得良好的技术效果与经济效益。丁兆锋等^[1]对 U 型槽设计中的理论计算及结构施工图等关键技术问题进行了探讨; 张劲松等^[2]对 U 型槽结构进行了有限元分析; 吴剑锋等^[3]结合某铁路工程, 对 U 型结构的计算模型、土压力与结构内力进行了研究, 揭示了边墙与底板的内力变化规律。

然而, 无论作为路基结构还是外延推广至其他承担上部荷载的槽内填土的 U 型槽结构, 在其承担上部荷载特别是常见的条形荷载时, 对其槽内填土地基极限承载力的分析以往研究较少。经典的极限承载力理论建立在土体为半无限体的基础上, 而实际 U 型槽宽度往往十分有限, 因此其内部填土的承载力若直接利用经典理论计算很可能存在不合理性。这样, 有必要针对宽度有限制时条形地基极限承载力问题进行探讨。

条形地基极限承载力问题是岩土工程中一个非常重要的经典问题^[4]。以往对该问题的研究主要集中在半无限的黏性土或砂土地基^[5-11]。对于侧向存在限制边界的地基承载力问题, 国内外学者曾进行过一定研究。SALENÇON^[12]利用屈服设计理论, 研究了纯黏性土和砂土在一定范围内存在刚性边界情况下的条形地基承载力。其假定刚性条形基础作用在无限厚度均质地基上, 地基在两个水平方向上被刚性墙限制, 并认为基础与土体以及土体与刚性墙之间的接触是完全粗糙的, 且将水平约束对粗糙基础的影响视为基础作用在有限厚度的土层上^[13], 即当刚性墙与基础足够接近时, 塌陷区厚度会减小, 从而得到了约束效应下的地基承载力上限估计值。SALENÇON^[14]在屈服设计理论的框架下, 对无限厚度均质地基上圆形基础的地基极限承载力进行了理论计算, 并与条形基础的结果进行了比较, 同时还探

讨了地基与刚性墙接触为完全光滑和完全粗糙情况下, 对地基承载力上限值的影响。

ZHAO 等^[15]在极限分析上限法的框架下, 研究了砂土上对称和非对称水平约束条件下光滑条形浅基础的极限承载力上限值。YANG 等^[16-18]采用刚性平移运动单元的上限有限元法, 计算了底部为刚性边界约束的有限厚度纯摩擦砂土上条形基础的极限承载力, 利用非线性规划方法确定了受土体内摩擦角、地基有限厚度等因素影响的承载力系数 N_γ 和修正系数 K_γ 的上限解, 并同时得到了相应的地基破坏模式。

综合而言, 对于 U 型槽内填土地基的竖向承载力, 属于两侧与底部均有约束的有限土体承载力问题。U 型槽对填土破坏面的限制作用与裙式基础有相似性^[19-20], 但目前对这一问题在理论解析方面的研究鲜见报道。有鉴于此, 本研究基于极限分析上限理论, 给出 U 型槽内填土地基的两种破坏机构及其选择条件, 推导 U 型槽内填土地基条形基础极限承载力上限值的计算公式, 并讨论 U 型槽宽度、条形荷载作用位置、填土强度参数等因素对极限承载力的影响。

1 分析模型

为探讨 U 型槽内填土地基条形基础作用下的合理破坏模式, 作如下基本假定。

- 1) U 型槽内填土地基顶面荷载视为条形基础荷载, 其宽度为 b , 条形基础基底极限压力即地基极限承载力 q_u 为均匀分布。
- 2) U 型槽内填土顶面水平, 且填土顶面与 U 型槽立臂同高, 条形基础荷载位于填土地基表面, 基础外侧边缘距立臂距离为 l , 此时 U 型槽内填土地基极限承载力问题可视为平面对称问题。
- 3) 对于地表水平的条形基础下地基破坏模式,

可应用的有 Prandtl 机构、Terzaghi 模式和 Hill 机构^[6]。其中, Hill 机构整体破坏范围较小, 相对更适于宽度有限的地基情况^[15]。因此, 这里对 U 型槽内填土地基(两侧刚性约束), 其达到极限状态时的破坏模式采用 Hill 机构的基本模式(见图 1), 且假设地基与基础之间光滑, 以简化分析。

4) 因 U 型槽内填土地基常用于道路工程, 其条形荷载作用宽度有限, 对应破坏机构深度亦有限, 而实际工程中 U 型槽内深度通常相对较大。所以, 在此假定 U 型槽内深度足够大, 其值固定为 h , 不对破坏机构产生影响。

基于上述基本假定, 考虑到 U 型槽结构具有整体轴对称性, 可选取左侧半边机构进行分析, 其中土

体塑性流动限制在速度间断线 $BCDE$ 以上的区域。考虑到 Hill 机构从半无限土体向有限宽度过渡时, 过渡区到被动区的界面 DF 可能会由速度连续过渡至速度间断, 在此引入图 1 所示两种破坏机构。若 DF 界面速度连续, 则 ED 与 FD 夹角为 $\pi/2 + \varphi$, 相应机构如图 1(a) 所示; 若 DF 界面速度间断, 则 ED 与 FD 夹角未知, 相应结构如图 1(b) 所示。为不失一般性, 刚性条形基础下有限宽度地基的容许破坏机构由 6 部分组成, 包括: 有底角 ξ 和 η 的非对称三角形楔形体 ABC (主动区), 中心点 O 在 AC 延长线上, 中心角为 θ_0 且起始边 OC 为 r_0 的对数螺线受剪区 OCD (过渡区), 三角形楔形体 EFD (被动区) 以及上述区域的右侧对称部分。

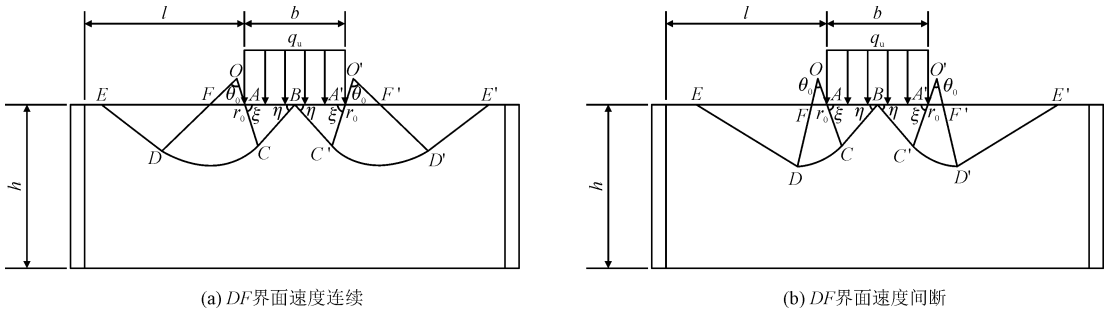


图 1 两种潜在破坏机构
Fig. 1 Two potential failure mechanisms

对图 1 所示机构, 假设其对数螺线受剪区 OCD 的转动中心 O 点在空间内任意位置(图 2), 下面根据速度相容性证明其位于 CA 线或其延长线上。

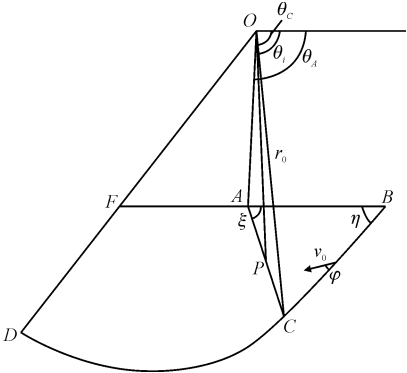


图 2 对数螺旋线中心点位于任一点图示
Fig. 2 Sketch map of the center of a log-spiral at any point

对于图 2 中的剪切区域 OCD , 每条径向射线的速度方向与径向垂直, 按照关联流动法则, 速度分离角等于内摩擦角^[6], 其速度表达式为

$$v_i = v_c \cdot e^{c \theta_i - \theta_c \tan \varphi} \tag{1}$$

式中: v_i 为 AC 线上任一点 P 在区域 OCD 中的速度; v_c 为 C 点在区域 OCD 中的速度; θ_i 为射线 OP 与水平方向夹角; θ_c 为射线 OC 与水平方向夹角。

图 2 中 AC 线上任一点 P 的速度相容关系如图 3 所示, 由此可得

$$\frac{v_i}{\sin(\pi + 2\varphi - \xi - \eta)} = \frac{v_0}{\sin(\pi/2 - \varphi - \theta_i + \xi)} \tag{2}$$

式中, v_0 为三角形楔体 ABC 的速度。

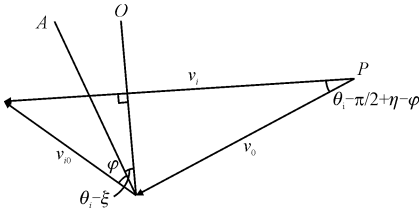


图 3 P 点处的速度关系
Fig. 3 Velocity relationship at point P

由式(1)、(2)联立可得

$$v_c = \frac{v_0 \cdot \sin(\pi + 2\varphi - \xi - \eta)}{\sin(\pi/2 - \varphi - \theta_i + \xi) \cdot e^{c \theta_i - \theta_c \tan \varphi}}, \tag{3}$$
$$\theta_i \in (\theta_c, \theta_A)$$

式中, θ_A 为射线 OA 与水平方向夹角。

于是, 根据式(3)可知, 该式恒成立的条件为 $\theta_c = \theta_A$, 故 O 点应位于 CA 线或其延长线上。

2 公式推导

2.1 DF 界面速度连续机构

假设条形基础向下的速度为 v_p , 对于图 4 所示的三角形楔形体 ABC , 界面 BC 和界面 AC 为速度不连续边界, 应满足速度不连续边界上的相容条件, 由图 5 所示的各界面速度关系可得

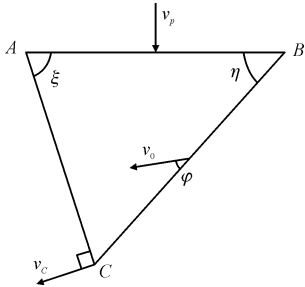
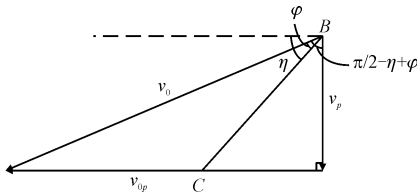
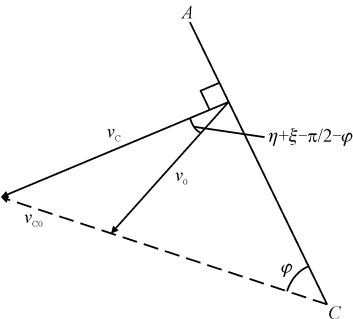


图4 楔形体 ABC 速度示意图

Fig.4 Sketch map of velocities of the wedge body ABC



(a) 界面 BC



(b) 界面 AC

图5 界面 BC 及 AC 的速度关系

Fig.5 Velocity relationship at interfaces BC and AC respectively

$$v_0 = v_p \cdot \sec(\pi/2 - \eta + \varphi) \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{v_0}{\sin(\pi/2 - \varphi)} &= \frac{v_{CD}}{\sin(\eta + \xi - \pi/2 - \varphi)} \\ &= \frac{v_C}{\sin(\pi - \xi - \eta + 2\varphi)} \end{aligned} \tag{5}$$

根据图 1(a) 中的几何关系, 可得

$$\left\{ \begin{aligned} |AB| &= \frac{b}{2} \\ |AC| &= \frac{|AB| \cdot \sin \eta}{\sin(\pi - \xi - \eta)} \\ |BC| &= \frac{|AB| \cdot \sin \xi}{\sin(\pi - \xi - \eta)} \\ |OA| &= r_0 - |AC| \\ |OD| &= r_0 \cdot e^{\theta_0 \tan \varphi} \\ |AF| &= \frac{|OA| \cdot \sin \theta_0}{\sin(\pi - \theta_0 - \xi)} \\ |OF| &= \frac{|OA| \cdot \sin \xi}{\sin(\pi - \theta_0 - \xi)} \\ |DF| &= |OD| - |OF| \\ |EF| &= \frac{|DF| \cdot \sin(\pi/2 + \varphi)}{\sin(\theta_0 + \xi - \pi/2 - \varphi)} \end{aligned} \right. \tag{6}$$

点 D 在对数螺旋面上, 因此该点的速度为

$$v_D = v_C \cdot e^{\theta_0 \tan \varphi} \tag{7}$$

对于图 1(a) 所示的潜在破坏机构, 基于塑性极限分析上限定理^[6], 可得

$$W_g + W_{qu} = D_i \tag{8}$$

其中: W_g 表示重力功率; W_{qu} 表示外荷载功率; D_i 表示内能耗散率; W_g 与 D_i 分别为

$$W_g = W_{ABC} + W_{ACDF} + W_{DEF} + W_{A'B'C'} + W_{A'C'D'F'} + W_{D'E'F'} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} D_i &= D_{AC} + D_{BC} + D_{CD} + D_{DF} + D_{DE} + D_{ACDF} + D_{A'C'} + \\ &\quad D_{B'C'} + D_{C'D'} + D_{D'F'} + D_{D'E'} + D_{A'C'D'F'} \end{aligned} \tag{10}$$

具体地, 区域 ABC 、 $ACDF$ 和 DEF 的重力功率

W_{ABC} 、 W_{ACDF} 和 W_{DEF} 分别为

$$W_{ABC} = \gamma \cdot \left(\frac{b}{4} \cdot |AC| \cdot \sin \xi \right) \cdot v_0 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \eta + \varphi \right) \tag{11}$$

$$W_{ACDF} = W_{OCD} - W_{OAE} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} W_{DEF} &= \gamma \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot |EF| \cdot |DF| \cdot \sin(\theta_0 + \xi) \right] \cdot \\ &\quad [v_D \cdot \cos(\theta_0 + \xi)] \end{aligned} \tag{13}$$

其中, 计算区域 OCD 和 OAF 的功率 W_{OCD} 和 W_{OAF} 时, 可采用积分方法, 如图 6 所示, 相关公式推导结果为

$$W_{OCD} = \frac{1}{2} r_0^2 \gamma \cdot v_C \cdot \int_{\xi}^{\xi + \theta_0} e^{3(\theta - \xi) \tan \varphi} \cos \theta d\theta \tag{14}$$

$$\begin{aligned} W_{OAF} &= \frac{1}{2} \left(r_0 \sin \xi - \frac{b}{2} \tan \xi \right)^2 \cdot \gamma \cdot v_A \cdot \\ &\quad \int_{\xi}^{\xi + \theta_0} \frac{e^{(\theta - \xi) \tan \varphi} \cos \theta}{\sin^2 \theta} d\theta \end{aligned} \tag{15}$$

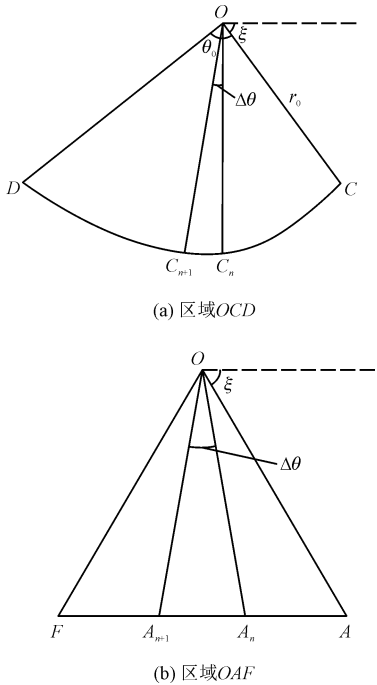


图 6 功率 W_{OCD} 和 W_{OAF} 计算方法示意图

Fig. 6 Sketch map of calculation method for W_{OCD} and W_{OAF}

潜在破坏机构的内能耗散率表现在 AC 、 BC 、 CD 、 DE , 共 4 个速度间断面上以及径向受剪区域 $ACDF$ 内部。其中, 界面 AC 、 BC 和 DE 的内能耗散率可分别表示为

$$D_{AC} = c \cdot v_{c0} \cdot \cos \varphi \cdot |AC| \quad (16)$$

$$D_{BC} = c \cdot v_0 \cdot \cos \varphi \cdot |BC| \quad (17)$$

$$D_{DE} = c \cdot v_D \cdot \cos \varphi \cdot |DE| \quad (18)$$

根据图 6(a), 对数螺旋面 CD 的内能耗散率可推导为

$$D_{CD} = \frac{1}{2} c \cdot r_0 \cdot \cot \varphi \cdot (e^{2\theta_0 \tan \varphi} - 1) \cdot v_c \quad (19)$$

根据叠加原理, 对于径向受剪区域 $ACDF$, 其内能耗散率可推导为

$$D_{ACDF} = D_{OCD} - D_{OAF} \quad (20)$$

$$D_{OCD} = D_{CD} \quad (21)$$

$$D_{OAF} = c \cdot \left(r_0 \sin \xi - \frac{b}{2} \tan \xi \right) \cdot v_c \cdot \int_{\xi}^{\xi + \theta_0} \frac{e^{-(e-\xi) \tan \varphi}}{\sin \theta} d\theta \quad (22)$$

此外, 功率 $W_{A'B'C'}$ 、 $W_{A'C'D'F'}$ 、 $W_{D'E'F'}$ 、 $D_{A'C'}$ 、 $D_{B'C'}$ 、 $D_{C'D'}$ 、 $D_{D'F'}$ 、 $D_{D'E'}$ 和 $D_{A'C'D'F'}$ 可根据上述相关公式由对称性获得, 不再赘述。

地基上部压力荷载 q_u 功率可表示为

$$W_{qu} = q_u \cdot b \cdot v_p \quad (23)$$

从而, 将式(9) ~ (23)代入式(8)中, 可建立 q_u

与变量 ξ 、 η 、 r_0 、 θ_0 之间的关系。根据破坏机构的几何和运动学约束条件, 这 4 个变量应满足

$$\begin{cases} \varphi \leq \xi \leq \frac{\pi}{2} \\ \varphi \leq \eta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq \theta_0 \leq \pi \\ \xi + \theta_0 \leq \pi \\ |OD| \cdot \sin(\xi + \theta_0) - |OA| \cdot \sin \xi \geq 0 \\ |EF| \geq 0 \\ |OA| \geq 0 \\ |EF| + |AF| + |AB| \leq l + \frac{b}{2} \end{cases} \quad (24)$$

因此, 极限承载力的求解可看作非线性规划问题, 通过 Matlab 程序编制优化算法, 求出具有 4 个独立变量的 q_u 的最小值。

2.2 DF 界面速度间断机构

对于图 1(b) 所示的 DF 界面速度间断的情况, 除被动区 DEF 外, 其余区域的外功率与内能耗散率计算公式与 DF 界面速度连续时相同。

对于三角形区域 DEF , 线段 EF 长度 $|EF|$ 为未知变量, 由几何关系可得

$$\begin{aligned} |DE|^2 &= |EF|^2 + |DF|^2 - 2 \cdot |EF| \cdot |DF| \cdot \cos \angle DFE \\ |DF| \cdot \cos \angle DFE & \end{aligned} \quad (25)$$

$$\frac{|DE|}{\sin \angle DFE} = \frac{|EF|}{\sin \angle FDE} = \frac{|DF|}{\sin \angle DEF} \quad (26)$$

$$S_{DEF} = |EF| \cdot |DF| \cdot \sin(\xi + \theta_0) / 2 \quad (27)$$

对于界面 DF , 根据正弦定理可得 (图 7) 速度关系为

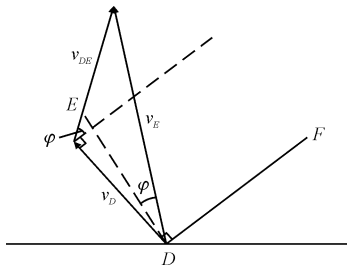


图 7 界面 DF 速度关系图

Fig. 7 Velocity relationship at interface DF

$$\begin{aligned} \frac{v_D}{\sin(\theta_0 + \xi - 2\varphi - \angle DEF)} &= \frac{v_E}{\sin(\pi/2 + \varphi)} \\ &= \frac{v_{DE}}{\sin(\angle DEF + \varphi - \theta_0 - \xi + \pi/2)} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{cases} W_{DEF} = \gamma \cdot S_{DEF} \cdot v_E \cdot \cos(\pi/2 + \varphi + \angle DEF) \\ D_{DF} = c \cdot |DF| \cdot v_{DE} \cdot \cos\varphi \\ D_{DE} = c \cdot |DE| \cdot v_E \cdot \cos\varphi \end{cases} \quad (29)$$

此外,此破坏机构的相关约束条件可表示为

$$\begin{cases} \varphi \leq \xi \leq \frac{\pi}{2} \\ \varphi \leq \eta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq \theta_0 \leq \pi \\ \xi + \theta_0 \leq \pi \\ |OD| \cdot \sin(\xi + \theta_0) - |OA| \cdot \sin\xi \geq 0 \quad (30) \\ |EF| \geq 0 \\ |OA| \geq 0 \\ 0 \leq \angle DEF \leq \frac{\pi}{2} \\ |EF| + |AF| + |AB| \leq l + \frac{b}{2} \end{cases}$$

同理,其极限承载力也可用上述的非线性规划方法求出具有 5 个独立变量的 q_u 的最小值。

于是,对前述两种可能的破坏机构均可计算出其极限承载力上限值,可取二者中的较小值作为更接近极限承载力真实值的上限解,并以相应的破坏机构作为潜在的最不利破坏机构。

3 实例分析

如图 8 所示,孟加拉帕德玛大桥铁路连接线单线铁路某工点拟采用 U 型槽路堤方案,U 型槽总高度 $H=9.5\text{ m}$,U 型槽净宽 $B=10.36\text{ m}$,由现场及室内参数试验所得相关材料的物理力学参数如表 1 所示,其中填土模量为压缩模量,其余材料模量为弹性模量,顶面作用对称条形荷载 $q=68\text{ kPa}$,作用宽度 $b=3.7\text{ m}$ 。

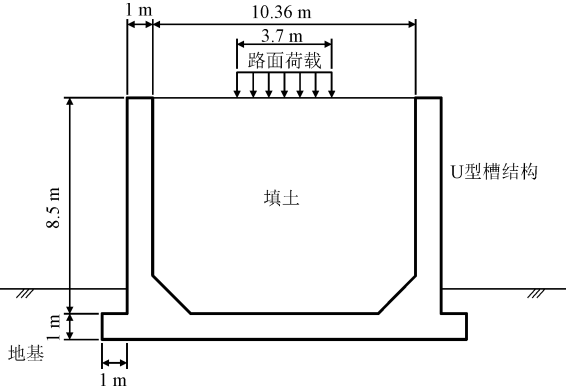


图 8 某 U 型槽路堤实例示意图

Fig. 8 Sketch map of a U-shaped groove embankment example

下面按前述方法计算该 U 型槽填土地基极限承载力,并判断其是否满足承载力要求。

表 1 实例 U 型槽路堤主要物理力学参数

Tab. 1 Main physical and mechanical parameters of the U-shaped groove embankment example

类型	重度/ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)	黏聚力/ kPa	内摩擦角/ ($^\circ$)	模量/ MPa	泊松比 μ
U 型槽	25	—	—	3×10^4	0.22
垫层	0	—	—	100	0.4
填土	20	6	30	35	0.33

按照本研究前述计算方法,算得 U 型槽内填土地基的极限承载力上限值 $q_u=882.0\text{ kPa}$,是半无限地基情况下承载力上限值^[6]的 1.33 倍,远大于路堤顶面设计荷载,其相应破坏机构为图 1(b) 模式,如图 9 所示。

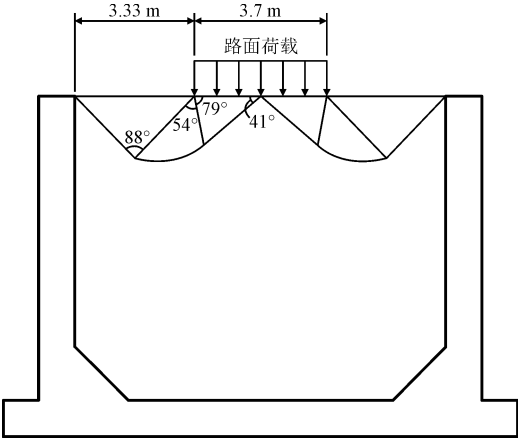


图 9 实例 U 型槽路堤破坏模式

Fig. 9 Failure mode of the U-shaped groove embankment example

可见,与半无限土体相比,在有限填土情况下,地基极限承载力有显著提高,并且当 U 型槽宽度小于一定值时,经典 Hill 机构的对数螺线区与被动区界面发生速度间断。

为进一步说明本研究方法的合理性,采用 FLAC^{3D} 数值模拟方法对本实例进行计算,其数值模型见图 10。填土采用理想弹塑性模型、Mohr-Coulomb 强度准则及关联流动法则,U 型槽采用弹性模型,填土上方荷载宽度范围内设置无重量且较薄的柔性垫层,垫层底部与填土之间建立光滑接触面,设置垫层是为了防止荷载直接作用于填土而导致的接触点破坏。本模型共有 83 638 个节点和 41 332 个单元。

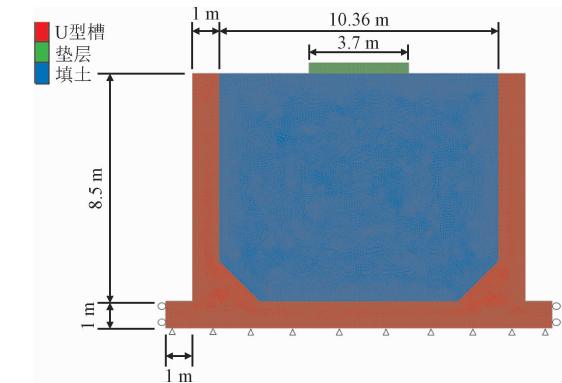


图 10 实例 FLAC^{3D}数值模型

Fig. 10 Numerical model of the example established via FLAC^{3D}

数值模拟中采用自编荷载超载法,在路堤顶面宽为 3.7 m 的柔性垫层范围内逐级(如:每级 1 kPa, 越小精度越高,视具体误差限制要求而定)施加条形压力荷载,直至填土地基达到极限状态,得到极限承载力及相应地基破坏模式。本例计算得到填土地基极限承载力值约为 806.5 kPa,相应潜在破裂面位置如图 11 所示。可见,数值模拟与本研究方法得到的填土中破裂面基本吻合,本研究方法(上限解)比数值模拟的地基承载力值约大 9.4%,产生误差的原因可能由 U 型槽结构与内部填土接触所产生的界面与边界效应以及条形基础刚度等因素导致。

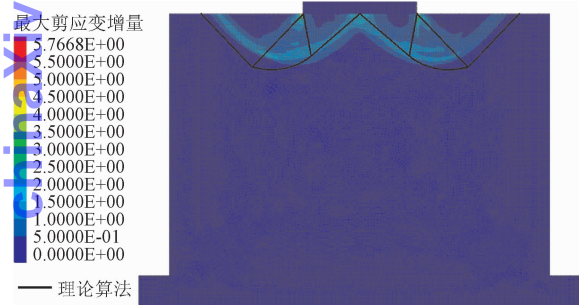


图 11 实例填土破裂面 FLAC^{3D}计算结果

Fig. 11 Result of failure surfaces of the example by FLAC^{3D}

4 影响因素分析

4.1 U型槽宽度及填土内摩擦角对承载力系数影响

以前述实例作为基本算例,为讨论方便,取填土黏聚力为 0,记承载力系数 N_γ 、 K_γ 分别为

$$N_\gamma = \frac{q_u}{0.5\gamma b},$$

$$K_\gamma = \frac{N_\gamma}{N_{\gamma 0}} \tag{31}$$

其中, $N_{\gamma 0}$ 为相应半无限地基的承载力系数。

根据本研究理论算法,采用控制变量法,保持基础宽度 b 不变,通过改变 l ,得到 U 型槽相对宽度 l/b 与填土内摩擦角 φ 对 N_γ 、 K_γ 的影响曲线如图 12 所示。可见,随着 l/b 的增大,承载力系数 N_γ 、 K_γ 均逐渐呈非线性减小;当 l/b 达到临界值后 ($\varphi = 20^\circ$ 、 25° 、 30° 、 35° 时, l/b 临界值分别约为 0.77、1.09、1.52、2.13),其对 N_γ 、 K_γ 不再有影响,此时 U 型槽填土破坏模式与半无限土体相同,承载力系数 $K_\gamma = 1$ 。此外,随着填土内摩擦角增大, N_γ 及 K_γ 均呈非线性增长, l/b 临界值亦逐渐增大。

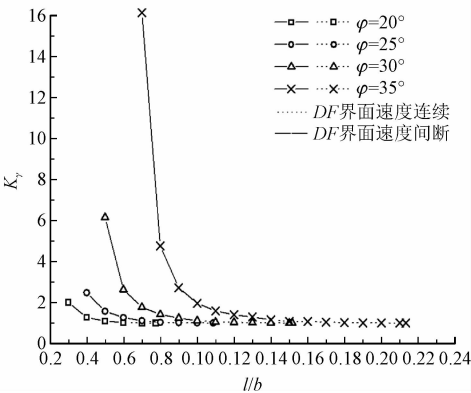
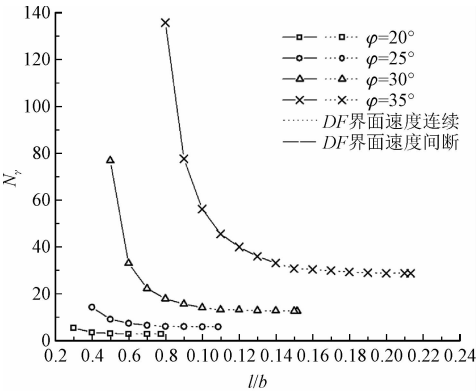


图 12 不同填土内摩擦角 φ 情况下承载力系数 N_γ 与 K_γ 随 l/b 的变化曲线

Fig. 12 Effect of l/b on the bearing capacity factors N_γ and K_γ under various φ of the filling

4.2 U型槽宽度对破坏模式影响

基于前述实例,图 13 为按理论算法得到的不同填土情况下 U 型槽相对宽度 l/b 对填土破坏模式的影响图示。可见,随着 l/b 减小,填土破坏模式呈现向槽内回缩的趋势;破坏机构中的对数螺旋区与被动区界面逐渐由速度连续过渡到速度间断;在整个变化过程中,对数螺旋中心均位于条形荷载边界点。

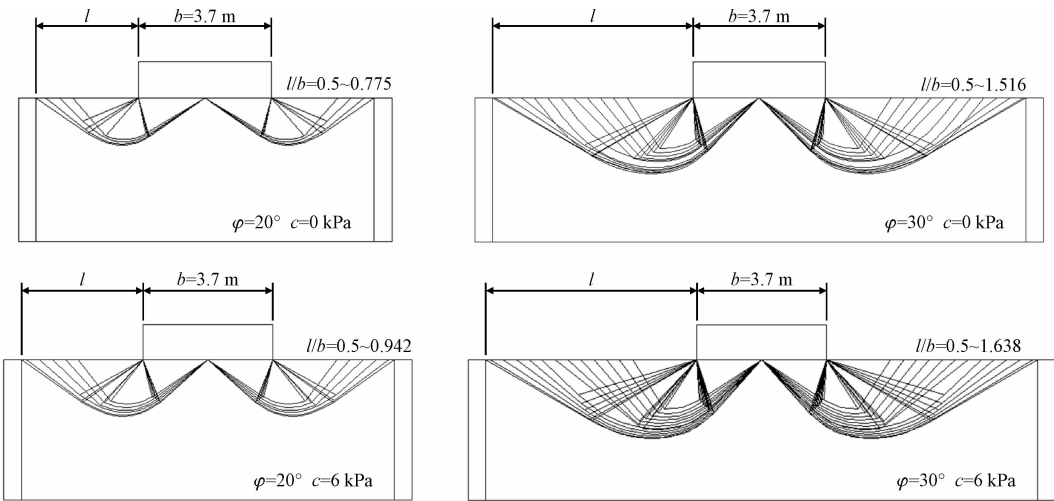


图 13 不同填土情况下 U 型槽相对宽度 l/b 对填土破坏模式的影响
Fig. 13 Effect of l/b on the failure mode of various filling

ChinaXiv:202308.00066v1

4.3 U 型槽宽度对黏性填土承载比 $q_u/(0.5\gamma b)$ 影响

仍基于前述实例,以 $q_u/(0.5\gamma b)$ 定义为承载比,图 14 为填土 $c=6\text{ kPa}$ 时承载比 $q_u/(0.5\gamma b)$ 随 U 型槽相对宽度 l/b 和填土内摩擦角 φ 的变化曲线。可见, $q_u/(0.5\gamma b)$ 仍随 l/b 的增大呈非线性减小,当 l/b 达到临界值后 ($\varphi=20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$ 时, l/b 临界值分别约为 0.94、1.23、1.64、2.24), $q_u/(0.5\gamma b)$ 值保持不变,此时 U 型槽填土地基等效于半无限体;随着填土内摩擦角 φ 增大, $q_u/(0.5\gamma b)$ 亦呈非线性增大,相应的 l/b 临界值也逐渐增大,均与无黏性填土时的变化特征相似。

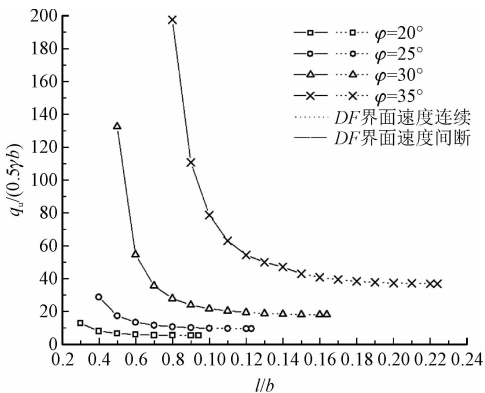


图 14 不同内摩擦角情况下黏性填土极限承载力 $q_u/(0.5\gamma b)$ 随 l/b 变化曲线
Fig. 14 Effect of l/b on the normalized bearing capacity $q_u/(0.5\gamma b)$ under the cohesive filling soil with various φ

5 结 论

本研究基于极限分析上限定理,考虑两种可能的 Hill 机构,推导了 U 型槽内填土地基条形基础极限承载力计算公式,主要得到如下结论。

- 1) U 型槽宽度对填土地基承载力及其潜在破坏模式均有重要影响,填土地基承载力系数 N_γ 和 K_γ 均随 U 型槽相对宽度 l/b 的增大而呈非线性减小;当 l/b 达到一定值(临界值)后,其对 N_γ 和 K_γ 没有影响,此时 U 型槽填土破坏模式与半无限土体相同。
- 2) 随着填土内摩擦角增大, N_γ 及 K_γ 均呈非线性增长, l/b 临界值亦逐渐增大。在黏性填土情况下,其相关变化特征均与无黏性填土时相似。
- 3) 随着 l/b 的逐渐减小,填土破坏模式呈现向槽内回缩的趋势,破坏机构中的对数螺线区与被动区界面逐渐由速度连续过渡到速度间断,对数螺线中心均位于条形荷载边界点上。

参考文献:

[1] 丁兆锋,吴沛沛. U 型槽结构设计与分析[J]. 铁道工程学报, 2009,26(4):13-16.
DING Zhao Feng, WU Pei Pei. Design and analysis of U-shape groove structure [J]. Journal of Railway Engineering Society, 2009, 26 (4):13-16 (in Chinese).

[2] 张劲松,郭超. 路堤式 U 型结构有限元分析[J]. 铁道工程学报,2012,29(2):13-18.
ZHANG Jin Song, GUO Chao. Analysis of Embankment U- shaped structure with finite element method [J]. Journal of Railway Engineering Society, 2012, 29 (2):13-18 (in Chinese).

- [3] 吴剑锋,李季宏. U型结构在铁路路堤地段的应用研究[J]. 铁道标准设计,2013(9):44-46.
WU Jianfeng, LI Jihong. Application study of U-shaped structure in railway embankment[J]. Railway standard design, 2013(9):44-46 (in Chinese).
- [4] 陈乐意,雷水平. 单边超载作用下的地基临界荷载[J]. 应用力学学报,2017,34(1):131-135.
CHEN Leyi, LEI Shuiping. Critical load of ground under the one side surcharge[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2017, 34(1):131-135 (in Chinese).
- [5] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics [M]. New York: Wiley, 1943.
- [6] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity [M]. Amsterdam: Elsevier, 1975.
- [7] HJIAJ M, LYAMIN A V, SLOAN S W. Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_γ [J]. International journal of solids and structures, 2005, 42(5/6):1681-1704.
- [8] KUMAR J. N_γ for rough strip footing using the method of characteristics [J]. Canadian geotechnical journal, 2003, 40(3):669-674.
- [9] MARTIN C M. Exact bearing capacity calculations using the method of characteristics [EB/OL]. [2020-02-21]. <https://www.researchgate.net/publication/248554650>.
- [10] SOUBRA A H. Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations [J]. Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering, 1999, 125(1):59-68.
- [11] SLOAN S W. Geotechnical stability analysis [J]. Géotechnique, 2013, 63(7):531-571.
- [12] SALENÇON J. The influence of confinement on the bearing capacity of strip footings [J]. Comptes rendus mécanique, 2002, 330(5):319-326.
- [13] MANDEL J, SALENÇON J. Discussion: Force portante d'un sol sur une assise rigide (étude théorique) [J]. Géotechnique, 1973, 23(1):139-140.
- [14] SALENÇON J. Confining effect on the bearing capacity of circular footings on a purely cohesive soil [J]. Comptes rendus mécanique, 2002, 330(8):521-525.
- [15] ZHAO L H, YANG F, DAN H C. The influence of horizontal confinement on the bearing capacity factor N_γ of smooth strip footing [J]. Computers and geotechnics, 2014, 61:127-131.
- [16] YANG F, ZHENG X C, ZHAO L H, et al. Ultimate bearing capacity of a strip footing placed on sand with a rigid basement [J]. Computers and geotechnics, 2016, 77:115-119.
- [17] YANG F, ZHANG J, YANG J S, et al. Stability analysis of unlined elliptical tunnel using finite element upper-bound method with rigid translatory moving elements [J]. Tunnelling and underground space technology, 2015, 50:13-22.
- [18] 陈廷君,肖世国. 刚体有限元上限法相邻刚体单元的相对运动模式探讨[J]. 应用力学学报, 2020, 37(4):1677-1681.
CHEN Tingjun, XIAO Shiguo. Discussion on possible relative modes of adjacent rigid elements in rigid finite element method based on upper bound limit analysis [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2020, 37(4):1677-1681 (in Chinese).
- [19] FATTAH M Y, SHLASH K T, MOHAMMED H A. Experimental study on the behavior of strip footing on sandy soil bounded by a wall [J]. Arabian journal of geosciences, 2015, 8(7):4779-4790.
- [20] AZZAM W R, FAROUK A. Experimental and numerical studies of sand slopes loaded with skirted strip footing [J]. Electronic journal of geotechnical engineering, 2010, 15:795-812.

(编辑 李坤璐)